身近な丸い図形
と
π(円周率)

米澤 明希

2016年8月28日

0.はじめに

ぼくたちの身の周りには、丸いものがたくさんあります。例えばボールや飲み物が入っているペットボトルやジュースのカンなどがすぐに思い付きます。この他に地球や学校のトラックなどもそうです。ぼくがなぜこのテーマについて調べることにしたかというと三角形や四角形の面積は求めやすいけど、丸い図形の面積などの量を求めるのはどうやったらいいのかと思ったからです。さらに、丸い図形である円の周りの長さ(円周)を求めるのに π(円周率)が登場するのですが3.14から始まり小数点以下10兆けた以上続く不思議な数に出会い、面白く感じたからです。

以下ではまず丸い図形の量の求め方を調べます。次に円周率について考え、その後ぼくたちの生活との関係について調べます。最後に π(円周率)がどういう数なのか調べます。身近にある丸い図形がもっと身近に感じられるようになりたいです。

もくじ

(5)円周率の値
(6)円周率πはいくらにすればいいか?
追加実験②円周率を求める計算実験

3.丸い図形とぼくたちの生活 p34
(1)ボール
(2)トイレットペーパー
(3)ぼくの自転車
(4)缶ジュース
(5)学校のグラウンド
(6)陸上競技場
(7)曲がり道
(8)スイカ
(9)地球と地図
(10)宇宙での計算と円周率

1．丸い図形の量

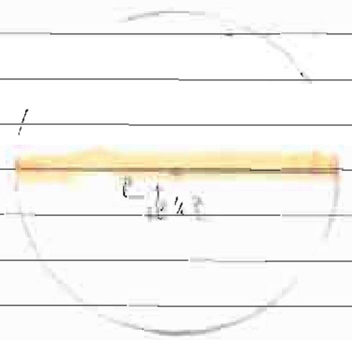
1. 丸い図形の量

(1)円の周りの長さ

円の周りを円周といい、円周の長さが直径の長さの何倍であるかを表す数を円周率といいます。円周率は円周÷直径で求められ、約3.14です。円周率はどんな大きさの円でも一定の値で、ギリシャ文字のπ(パイ)で表します

円周の長さは次の式で表すことができます。

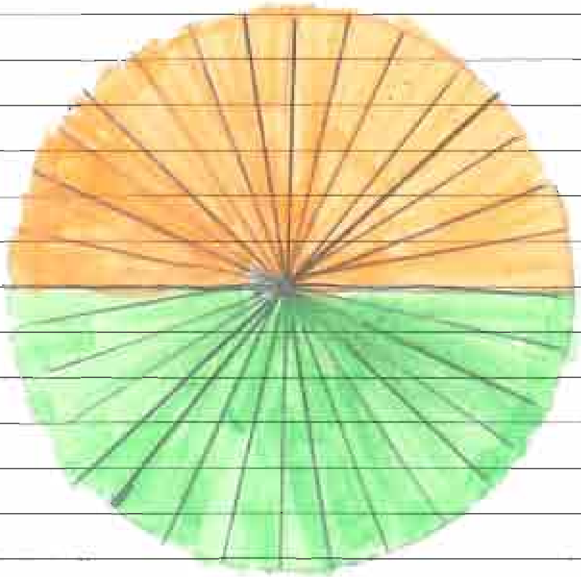
円周=直径×π



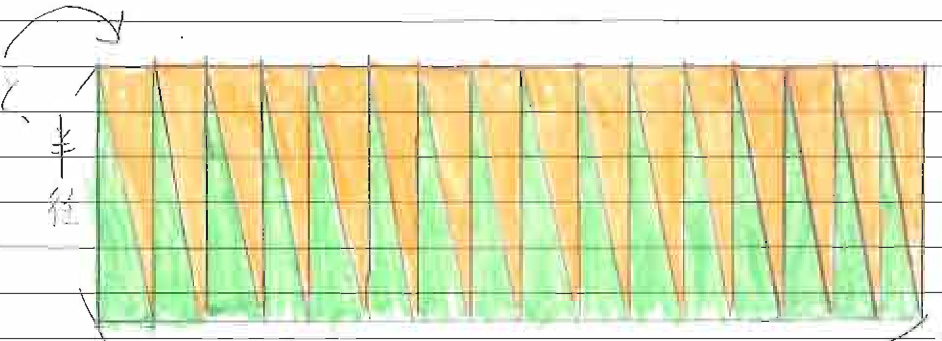
(2) 円の面積

円の面積＝半径×半径×π

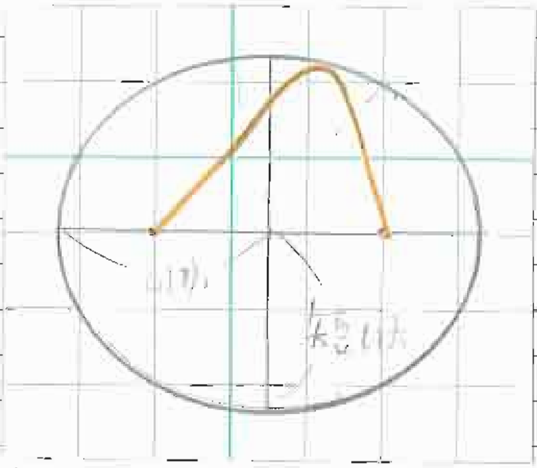
どうしてこの式になるかというと……



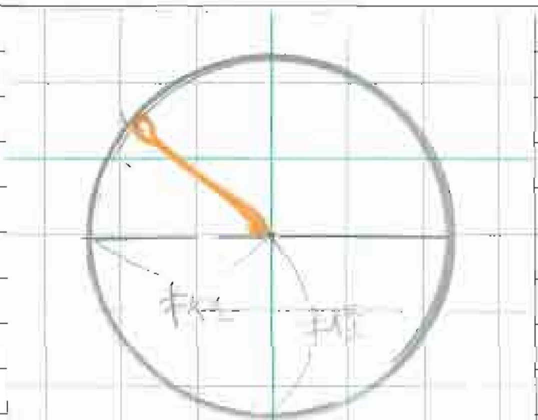
左の円をピザということにしてみんなで食べれるように細かく等分するかのように切り、みんなで食べる前に下のようにならべかえます。



限りなく細かくすると、長方形と見ることができます。
だから、長方形の面積をもとめるように
(たて)×(よこ)
＝半径×半径×π
となり、円の面積を求めることができます。



だ円の面積=長半径×短半径×π

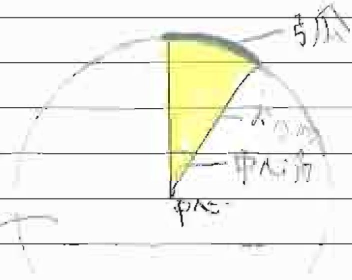


円の面積=半径×半径×π

参考図書(2)を見てみるとだ円がのっていました。その形は円に似ています。円はコンパスでかけますが、だ円はコンパスでかけません。だ円は2点からの長さの合計が一定となる図形だからです。そこで左上のように2点に糸を固定させた、だ円コンパスを作り、糸をぴーんとはってつなぐと回すことでだ円をかいてみました。では円だとどうでしょう。左下にかいた円は重なり1点から同じ長さの図形といえます。左上のだ円の糸を固定した2点が中心で1つに重なると左下の円の場合になると思いませんか。だ円と円は家族です。

(1)おうぎ形の弧の長さと面積

円の2つの半径と弧で囲まれた図形をおうぎ形といいます。おうぎ形の2つの半径がつくる角を中心角といいます。



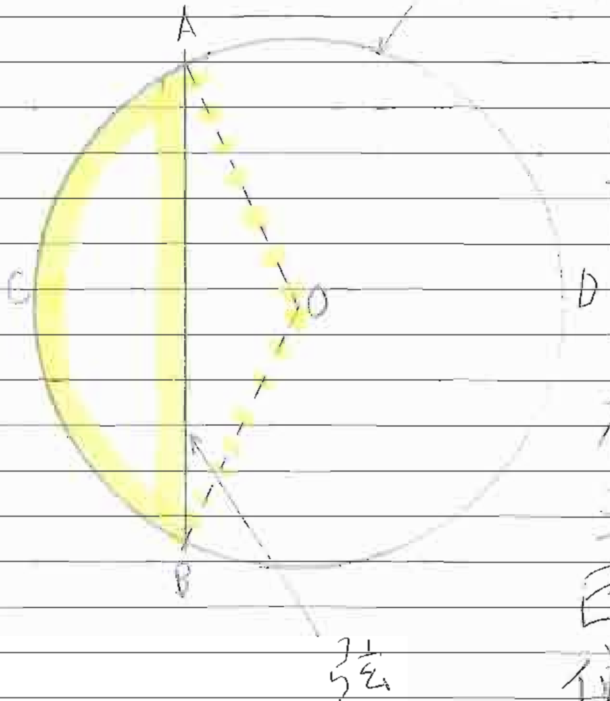
白い部分もおうぎ形

このとき弧の長さ＝円周×$\frac{中心角}{360}$

おうぎ形の面積＝円の面積×$\frac{中心角}{360}$

として求めることが出来ます。

弧の長さもおうぎ形の面積も円に関係しているのでπを使って計算します。

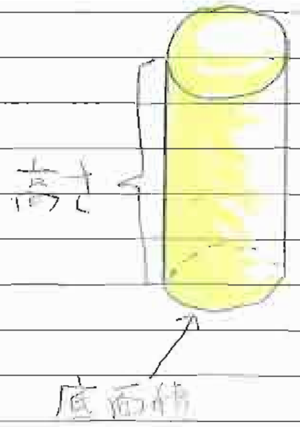


参考図書(2)をみてみると、弓形について説明されていました。弓形は図形ACBです。おうぎ形は図形ACBOなので、弓形はおうぎ形から三角形(AOB)をとりのぞくと弓形になります。この考えを使えば弓形の面積を求めることができます。

弓形

朝日ジュニアシリーズ
週刊マンガ日本史(10)源義経
(朝日新聞出版 [illegible] 20[illegible]年12月[illegible])

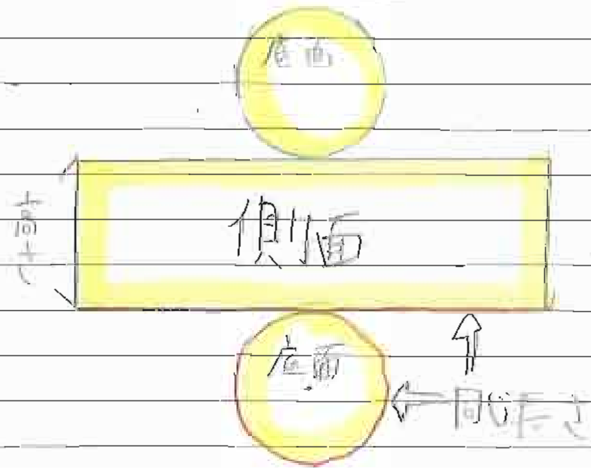
(4) 円柱の体積と表面積



円柱の体積
＝底面積×高さ

円柱の底面は円なので
底面積は円の面積です。

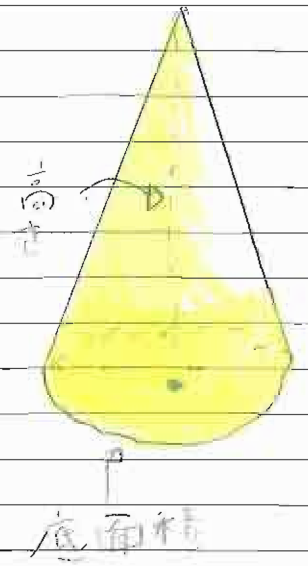
円柱の展開図は下の図のようになります。



円柱の表面積＝底面積×2＋側面積
側面積＝底面の円周×高さ

底面の円周も底面積も円に関係しているのでπを使います。

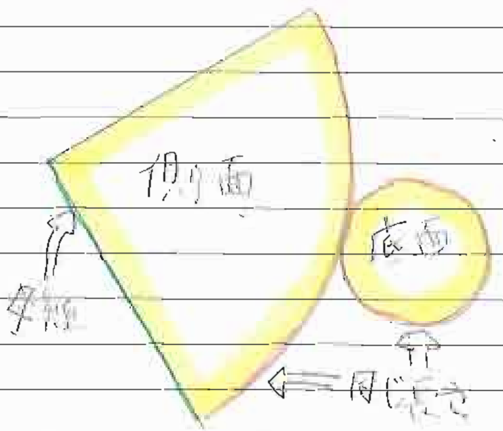
(5) 円錐の体積と表面積



円錐の体積
$=$底面積×高さ×$\frac{1}{3}$

これは円柱の体積の$\frac{1}{3}$
と同じになることを表します。
(追加実験①を見てください)

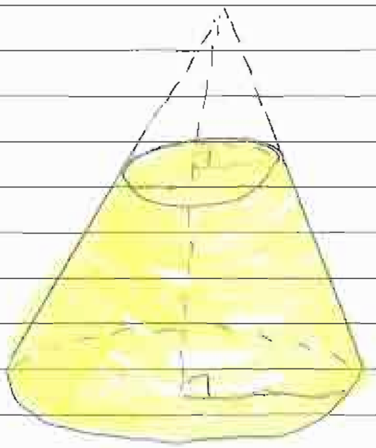
円錐の展開図は下の図のようになります。



円錐の表面積$=$底面積$+$側面積
側面積$=$おうぎ形の面積
ここでも円に関係しているのでπを使います。

参考図書(2)には円錐台の説明がありました。円錐台は左図のように円錐の上側を切りとったプリンのような形をしています。円錐台の体積や表面積は円錐での考え方を使えばもとめられます。夏休みに京都に行き、銀閣寺を見ました。そこで下の写真のように向月台を見ました。円錐台ですね。

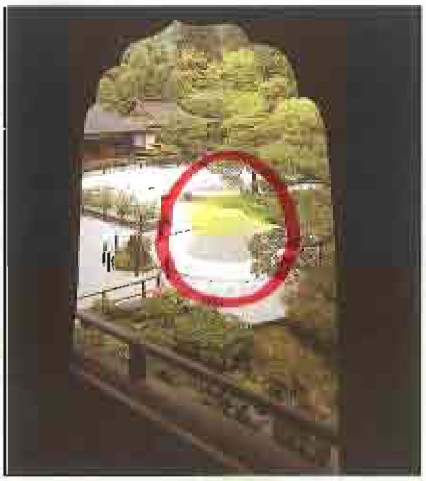
円錐台



観音殿(銀閣)[国宝]

Kannon-den (Ginkaku) (National Treasure)

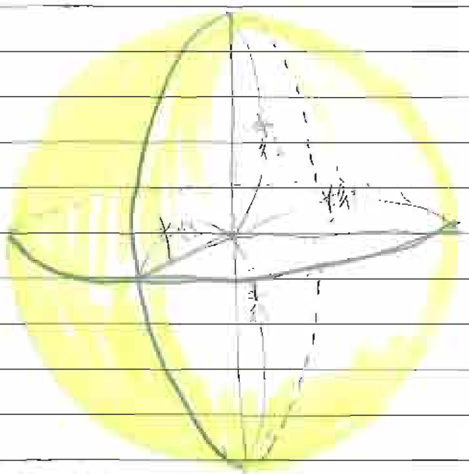
鹿苑寺の舎利殿（金閣）、西芳寺の瑠璃殿を踏襲し、本来、観音殿とよばれた。二層からなり、一層の心空殿は、書院風。二層の潮音閣は、板壁に花頭窓をしつらえて、桟唐戸を設けた唐様仏殿の様式。閣上にある青銅の鳳凰は東面し、観音菩薩を祀る銀閣を絶えず守り続けている。



花頭窓から見た銀沙灘・向月台

波紋を表現した銀沙灘と白砂の富士山型の向月台とのコントラストは人々を魅了する。

(6) 球の体積・表面積



球の体積
$= \frac{4}{3} \times \pi \times$ 半径 $\times$ 半径 $\times$ 半径

球の体積はその球がちょうど入る円柱の体積の$\frac{2}{3}$になるそうです。

球の表面積
$= 4 \times \pi \times$ 半径 $\times$ 半径
となるそうです。

ここまで調べた丸い図形の量を求める公式は後で使いたいと思います。

(ウ)円錐と曲線

↑もとの円錐

参考図書(ア)では円錐と曲線の関係について説明があります。アポロニウスという人(紀元前3世紀ごろ)が円錐曲線論について本を書いていたようです。円錐に切り口をいれることで様々な曲線が出て来ます。ぼくはチョコレートで実験しました(左写真)。とても不思議ですね。実験の後おいしくいただきました。

だ円↑

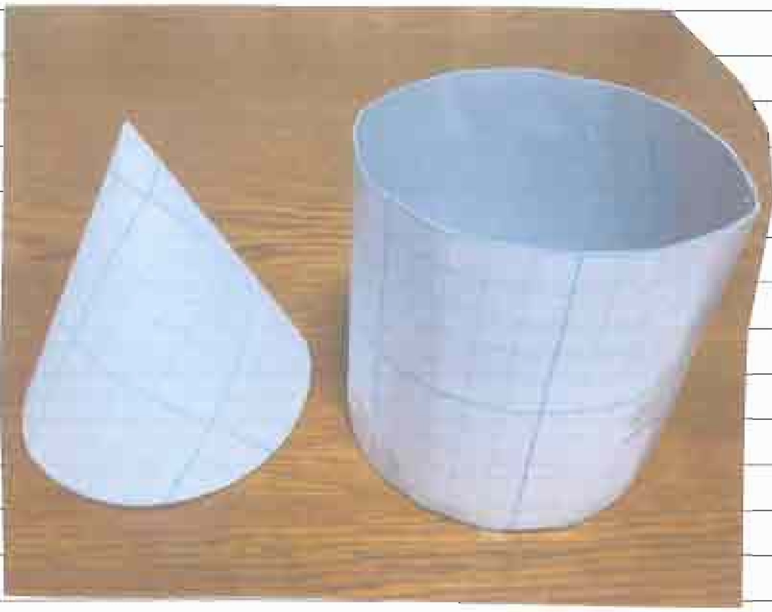
円↑

↑双曲線

放物線↑

追加実験①

円柱の体積は同じ底面積と高さを持つ円錐の体積の3倍になるかを確かめる実験をしてみます。



同じ底面積と高さを持つ円柱と円錐を作りました。

高さと底面積が同じか確かめてみました。

円錐に水をくみます.

円柱に移します,
(1杯目)

2杯目をいれます。

3杯目をいれました
本当は円柱がい
っぱいになり
[illegible]
ぴったりになります。
移[illegible]
から円柱[illegible]す
が、実験では誤差
が生じてしまい
ました。

2. 円周率は、3.14なの？

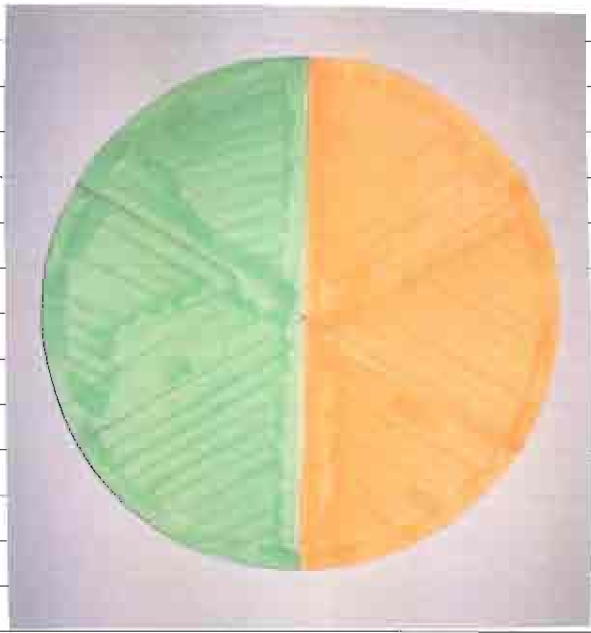
2.円周率は、3.14なの？

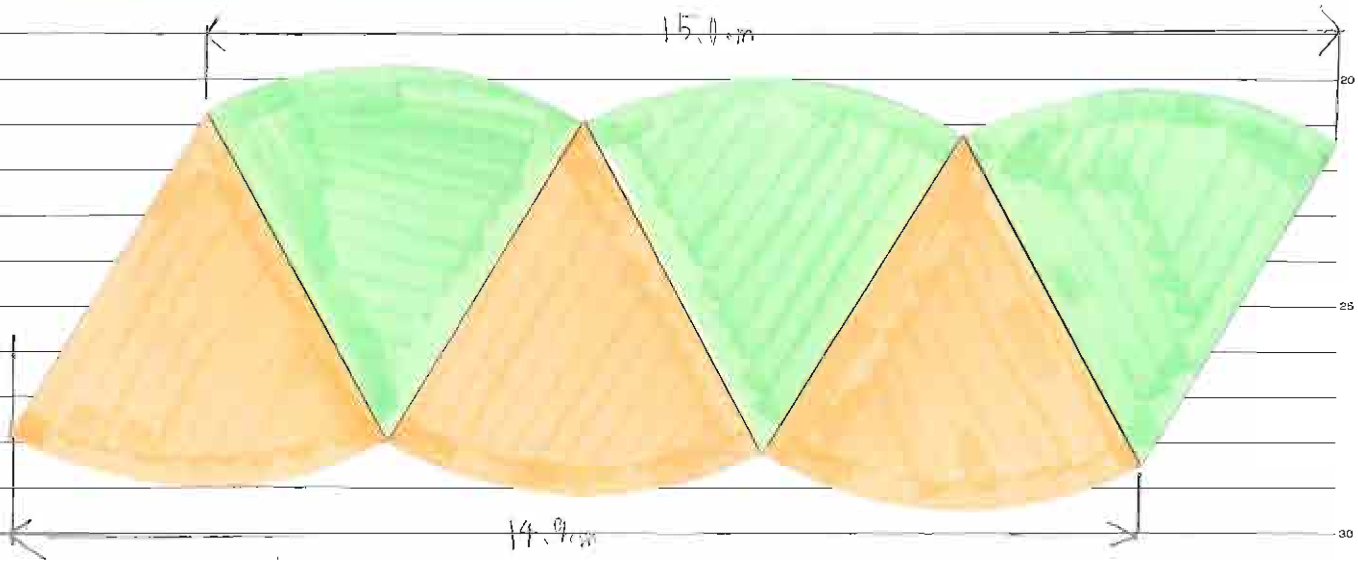
ここまでは円周率をπとしてπがいくらになるかは考えませんでした。普通はπを3.14として計算するようですがどうやってπが3.14となるのかということ以下ではこういったことを考えたいと思います。初めに本当にπが3.14になるか実験します。次に昔の科学者がどのように考えたかを調べ、その後パソコンを使ってみたり数学者の考えたことを調べます。スーパーコンピューターは小数点以下10兆けた以上もののけたを計算できるようですが最初の300けたを参考図書(1)からがんばって書いてみました。でも生活をしている中で300けたも計算するのは無理があります。だから最後にπはいくらにすればいいのかについても調べてみます。

(1)3.14になるか実際に測ってみよう。

まず1.(2)での考え方を使って実際に工作用紙で円を作り6等分、12等分、24等分にして円周を測りました。次のページからその結果になります。

①直径10cmの円を6等分



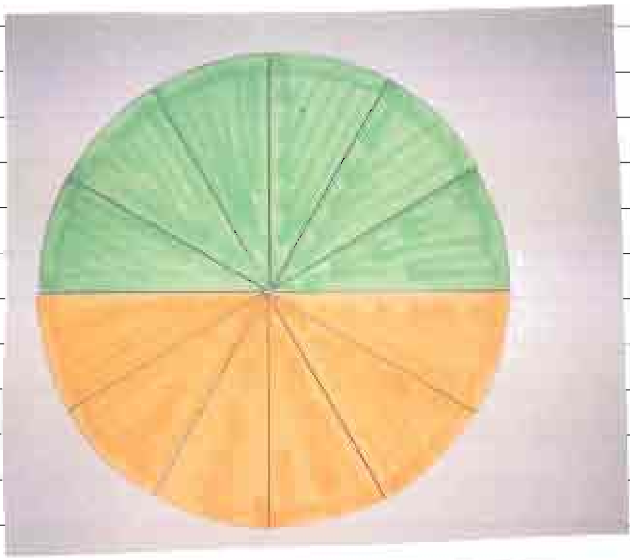


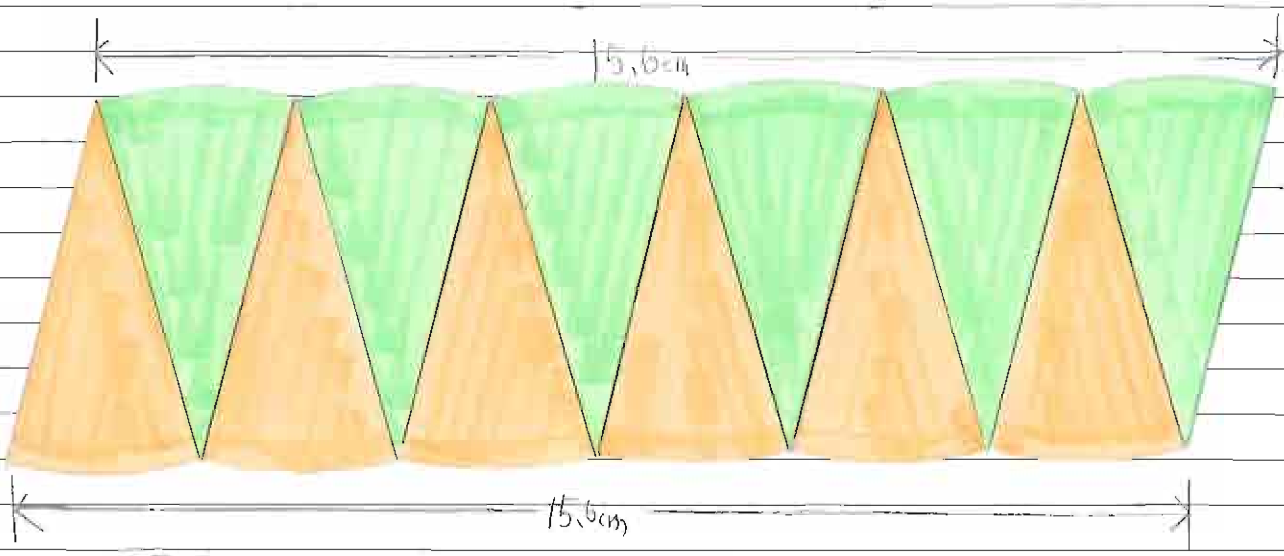
$$円周 = 15.0 + 14.9 = 29.9$$

$$\pi = 29.9 \div 10 = 2.99$$

3.14じゃないなぁ 円周が⌒形なので
29.9よりもう少し長いのだろう。

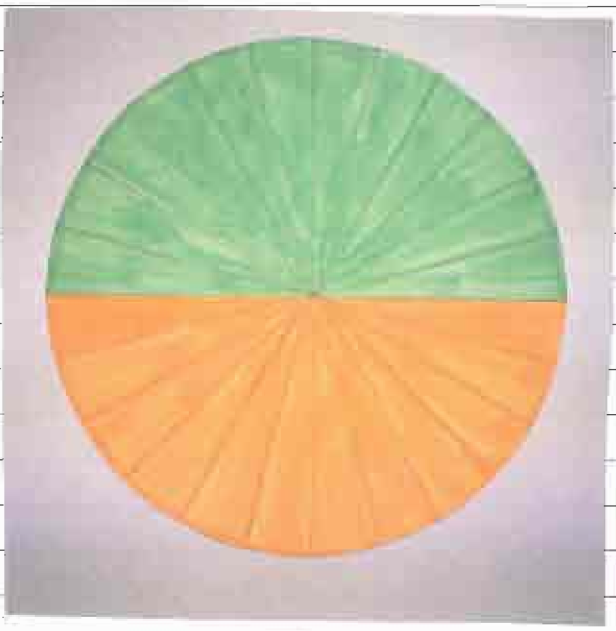
②直径10cmの円を12等分

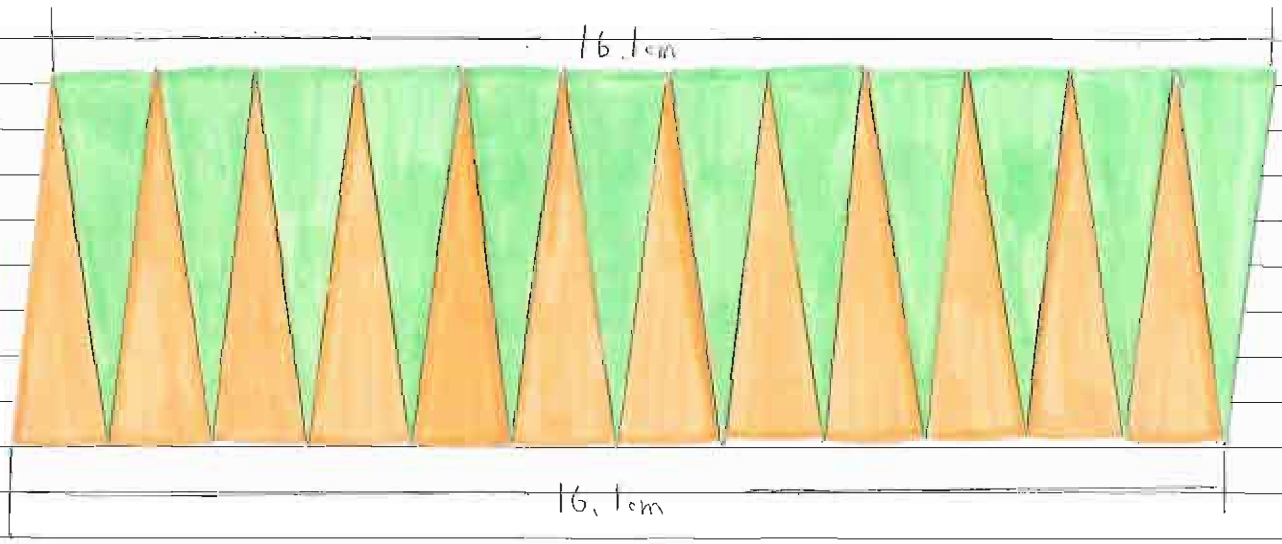




円周=15,6+15,6=31,2
π =31,2÷10=3,12
少し近づきました。

③直径10cmの円を24等分





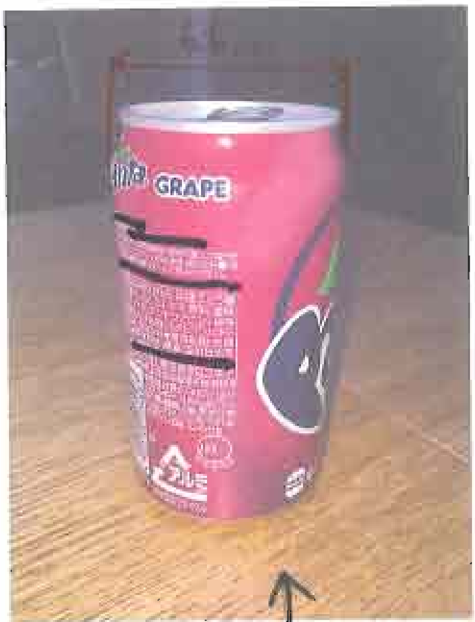
円周＝16.1＋16.1＝32.2

π ＝32.2÷10＝3.22

今回は少しオーバーしました。

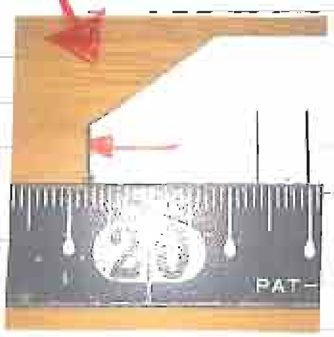
24等分したので円周を直線に近づけることができましたが、その分たし算は、たし算する回数が増え誤差も増えたのかもしれません。そこでもう1回だけ別の実験をしました。

④ジュースの缶の直径と周りの長さからπをもとめる



周りの長さ

直径6.6cm



約20.75cm

$\pi = 20.75 \div 6.6$

$= 3.14393\,9\cdots$

だいたい3.14になりました。

でも、本当はπ=3.1415926…らしいので小数第3位からはちがいます。

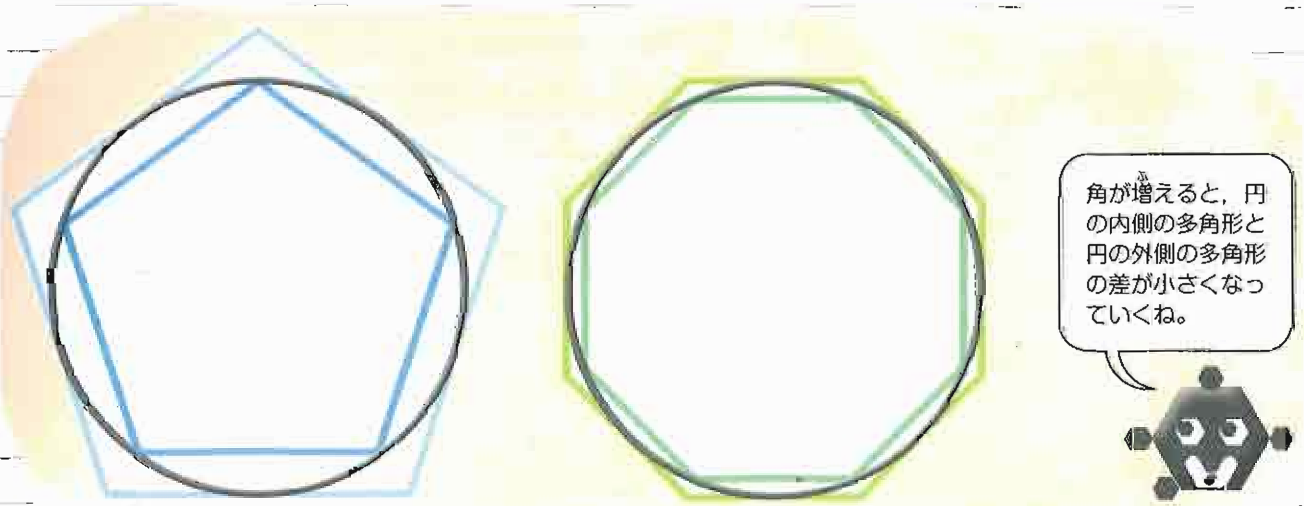
(1) ① 2.99
② 3.12
③ 3.22
④ 3.14 という結果になりましたが、昔の科学者はどう考えたのでしょう。

(2) アルキメデスが考えたこと

参考図書にて古代ギリシャの時代（紀元前3世紀ごろ）にアルキメデスが次のように考えたと書いてました。
「円周はその円の内部にある正多角形の周よりは長くその円の外部にある正多角形の周よりは短い。」


アルキメデス
(B. C. 287~B. C. 212)

参考図書(一一)より



参考図書(1)より

アルキメデスは正九十六角形を作り、円周率が、$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ であることを示しました。
$3\frac{10}{71} = 3.14084\cdots$、$3\frac{1}{7} = 3.142857\cdots\cdots$ となることから、アルキメデスは、3.14までを正確に求めていたことがわかります。

ちなみに日本の円周率はどうなっていたか？
参考図書(2)によると、昔日本では、3.2がしばしば使われていましたがだいたい3.16が多かったようです。

1674年	古郡之政	$\frac{22}{7}$、$\frac{333}{106}$、$\frac{355}{113}$ など
1682年	奥田有益	3.14
	礒村吉徳	3.1416
1696年	古郡解	3.1416613683…
1699年	三宅賢隆	3.1415928
1712年	関孝和（日本一の和算家）	3.14159265359

かなり正確です。

(3)内接多角形を円に近づけたときの様子

(1)では、24角形の実験をし、(2)では、アルキメデスの96角形の話を考えましたが多角形の角数をどんどん大きくしていけばπの正確な値がでるのではと思いました。でも実験では、角数がふえると誤差も増えていくのでパソコンで何かできないかお父さんに相談しました。お父さんは「じゃあ何角形だとおよそπがいくらになるかざっとパソコン(表計算ソフト(Excel))で計算実験をしてみよう。」

直径1の円に内接する

どんどん2倍していく。

		多角形の角数	多角形の周りの長さ
3		6	3.00000000000000
4	×2	12	3.10582854123025
5	×2	24	3.13262861328124
6	×2	48	3.13935020304687
7	×2	96	3.14103195089051
8	×2	192	3.14145247228546
9	×2	384	3.14155760791186
10	×2	768	3.14158389214832
11	×2	1,536	3.14159046322805
12	×2	3,072	3.14159210599927
13	×2	6,144	3.14159251669216
14	×2	12,288	3.14159261936538
15	×2	24,576	3.14159264503369
16	×2	49,152	3.14159265145077
17	×2	98,304	3.14159265305504
18	×2	196,608	3.14159265345610
19	×2	393,216	3.14159265355637
20	×2	786,432	3.14159265358144
21	×2	1,572,864	3.14159265358770
22	×2	3,145,728	3.14159265358927
23	×2	6,291,456	3.14159265358966
24	×2	12,582,912	3.14159265358976
25	×2	25,165,824	3.14159265358979

Sheet1 Sheet2

参考図書(1)にもある三角比という考え方で多角形の周りの長さをパソコンでお父さんが計算してくれました。たしかに角数が増えると正確になっていますって25165824角形にもなりました。

お父さんが「注意しないといけないのはパソコンの中で三角比の計算をするのに円周率πが必要なんだよ。つまりπを求めるのにπを使っているから少し変だよ。パソコンでははじめからπ＝3.14159265358979と設定されているから正確なπを求めることはできないけど多角形の角数がどんどん大きくなった時に、その多角形の周りの長さが円周に近づいていく様子は分かるよね」
う～んちょっとむずかしいなぁ～。

(4)ライプニッツの公式

(1)では数を手さぐりしていってπの近似値であることを見て、(3)では多角形の角数を大きくしてπに近づく様子をみました。ただどれもπを直接求めてはいません。どうしたものかと参考図書(1)をよく調べてみるとライプニッツの公式が書いてあります。その式は

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots$$

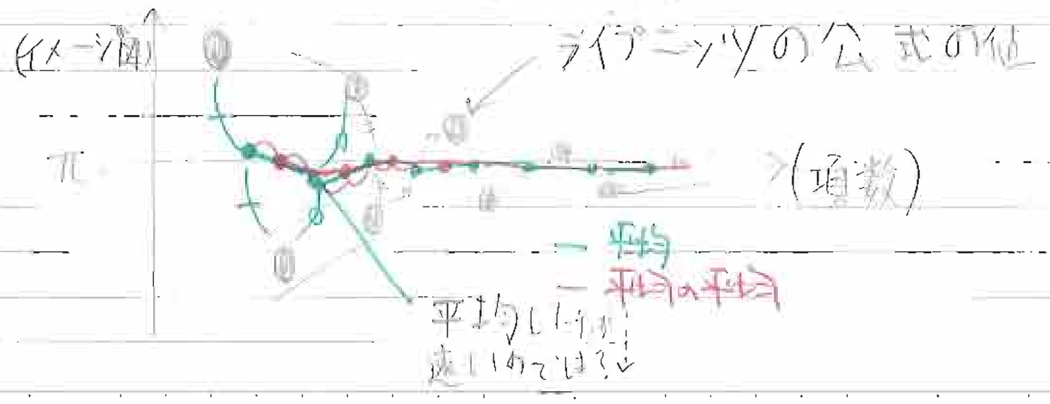
これをなんども繰り返します

髪の毛長いですか？

ライプニッツ
(1646〜1716)

参考図書(1)

この計算も大変なのでお父さんにパソコンでやってもらいました。でも5000項(分母が19999)の時3.14157265358975となりこれは正確な $\pi=3.14159265358979$ になりません。この公式はみて分かるように足し算と引き算をくり返すので正確な値にたどりつくのに時間がかかります。パソコンも計算が重くなってしまいます。そこで速く計算が進む工夫を考える必要があります。思いついたのが、足し算と引き算をくり返していくので例えば40項までの計算結果や41項までの計算結果よりはそれらの平均またはそれらの平均の平均をその平均として求める方がパソコンの負荷がかからず速く計算できるんじゃないかな〜。ということで実験してみました。さっそく計算すると46項の平均の10回目で $\pi=3.14159$[illegible] となり、さっさとより早くたどりつくことができました。



ライプニッツの公式の計算と速技探し

$\frac{\pi}{4}=$ ではなく、$\pi=$ に変形した式の値

項数	分母	小数表現	符号	公式の値	左横と左上の平均（平均1）	さらに同様の平均（平均2）	さらに同様な平均（平均3）	さらに同様な平均（平均4）	さらに同様な平均（平均5）	さらに同様な平均（平均6）	さらに同様な平均（平均7）	さらに同様な平均（平均8）	さらに同様な平均（平均9）	さらに同様な平均（平均10）
1	1	1.0000	1											
2	3	0.3333	−1											
3	5	0.2000	1	3.46666666666667										
4	7	0.1429	−1	2.89523809523810	3.18095238095238									
5	9	0.1111	1	3.33968253968254	3.11746031746032	3.14920634920635								
6	11	0.0909	−1	2.97604617604618	3.15786435786436	3.13766233766234	3.14343434343434							
7	13	0.0769	1	3.28373848373848	3.12989232989233	3.14387834387834	3.14077034077034	3.14210234210234						
8	15	0.0667	−1	3.01707181707182	3.15040515040515	3.14014874014874	3.14201354201354	3.14139194139194	3.14174714174714					
9	17	0.0588	1	3.25236593471888	3.13471887589535	3.14256201315025	3.14135537664949	3.14168445933152	3.14153820036173	3.14164267105444				
10	19	0.0526	−1	3.04183961892940	3.14710277682414	3.14091082635974	3.14173641975500	3.14154589820225	3.14161517876688	3.14157668956431	3.14160968030937			
11	21	0.0476	1	3.23231580940559	3.13707771416750	3.14209024549582	3.14150053592778	3.14161847784139	3.14158218802182	3.14159868339435	3.14158768647933	3.14159868339435		
12	23	0.0435	−1	3.05840276592733	3.14535928766646	3.14121850091698	3.14165437320640	3.14157745456709	3.14159796620424	3.14159007711303	3.14159438025369	3.14159103336651	3.14159485838043	
13	25	0.0400	1	3.21840276592733	3.13840276592733	3.14188102679690	3.14154976385694	3.14160206853167	3.14158976154938	3.14159386387681	3.14159197049492	3.14159317537430	3.14159210437041	3.14159348137542
14	27	0.0370	−1	3.07025461777918	3.14432869185326	3.14136572889030	3.14162337784360	3.14158657085027	3.14159431969097	3.14159204062017	3.14159295224849	3.14159246137171	3.14159281837300	3.14159246137171
15	29	0.0345	1	3.20818565226194	3.13922013502056	3.14177441343691	3.14157007116360	3.14159672450360	3.14159164767693	3.14159298368395	3.14159251215206	3.14159273220028	3.14159259678599	3.14159270757950
16	31	0.0323	−1	3.07915339419743	3.14366952322968	3.14144482912512	3.14160962128102	3.14158984622231	3.14159328536295	3.14159246651994	3.14159272510195	3.14159261862700	3.14159267541364	3.14159263609982
17	33	0.0303	1	3.20036551540955	3.13975945480349	3.14171448901658	3.14157965907085	3.14159464017594	3.14159224319912	3.14159276428104	3.14159261540049	3.14159267025122	3.14159264443911	3.14159265992638
18	35	0.0286	−1	3.08607980112383	3.14322265826669	3.14149105653509	3.14160277277584	3.14159121592335	3.14159292804964	3.14159258562438	3.14159267495271	3.14159264517660	3.14159265771391	3.14159265107651
19	37	0.0270	1	3.19418790923194	3.14013385517789	3.14167825672229	3.14158465662869	3.14159371470226	3.14159246531280	3.14159269668122	3.14159264115280	3.14159265805276	3.14159265161468	3.14159265466429
20	39	0.0256	−1	3.09162380666784	3.14290585794989	3.14151985656389	3.14159905664309	3.14159185663589	3.14159278566908	3.14159262549094	3.14159266108608	3.14159265111944	3.14159265458610	3.14159265310039
21	41	0.0244	1	3.18918478227759	3.14040429447272	3.14165507621130	3.14158746638760	3.14159326151534	3.14159255907562	3.14159267237235	3.14159264893164	3.14159265500886	3.14159265306415	3.14159265382512
22	43	0.0233	−1	3.09616152646364	3.14267315437062	3.14153872442167	3.14159690031649	3.14159218335204	3.14159272243369	3.14159264075465	3.14159265656350	3.14159265274757	3.14159265387822	3.14159265347118
23	45	0.0222	1	3.18505041535253	3.14060597090809	3.14163956263935	3.14158914353051	3.14159302192350	3.14159260263777	3.14159266253573	3.14159265164519	3.14159265410435	3.14159265342596	3.14159265365209
24	47	0.0213	−1	3.09994403237381	3.14249722386317	3.14155159738563	3.14159558001249	3.14159236177150	3.14159269184750	3.14159264724263	3.14159265488918	3.14159265326719	3.14159265368577	3.14159265355586
25	49	0.0204	1	3.18157668543503	3.14076035890442	3.14162879138379	3.14159019438471	3.14159288719860	3.14159262448505	3.14159265816627	3.14159265270445	3.14159265379682	3.14159265353200	3.14159265360888
26	51	0.0196	−1	3.10314531288601	3.14236099916052	3.14156067903247	3.14159473520813	3.14159246479642	3.14159267599751	3.14159265024128	3.14159265420378	3.14159265345411	3.14159265362547	3.14159265357873
27	53	0.0189	1	3.17861701099922	3.14088116194262	3.14162108055157	3.14159087979202	3.14159280750008	3.14159263614825	3.14159265607288	3.14159265315708	3.14159265368043	3.14159265356727	3.14159265359637
28	55	0.0182	−1	3.10588973827195	3.14225337463558	3.14156726828910	3.14159417442033	3.14159252710618	3.14159266730313	3.14159265172569	3.14159265389928	3.14159265352818	3.14159265360431	3.14159265358579
29	57	0.0175	1	3.17606517686844	3.14097745757019	3.14161541610289	3.14159134219599	3.14159275830816	3.14159264270717	3.14159265500515	3.14159265336542	3.14159265363235	3.14159265358027	3.14159265359229
30	59	0.0169	−1	3.10826856669895	3.14216687178369	3.14157216467694	3.14159379038991	3.14159256629295	3.14159266230056	3.14159265250386	3.14159265375451	3.14159265355996	3.14159265359616	3.14159265358821
31	61	0.0164	1	3.17384233719075	3.14105545194485	3.14161116186427	3.14159166327061	3.14159272683026	3.14159264656161	3.14159265443108	3.14159265346747	3.14159265361099	3.14159265358548	3.14159265359082
32	63	0.0159	−1	3.11035027369869	3.14209630544472	3.14157587869478	3.14159352027953	3.14159259177507	3.14159265930266	3.14159265293214	3.14159265368161	3.14159265357454	3.14159265359277	3.14159265358912
33	65	0.0154	1	3.17188873523715	3.14111950446792	3.14160790495632	3.14159189182555	3.14159270605254	3.14159264891380	3.14159265410823	3.14159265352018	3.14159265360090	3.14159265358772	3.14159265359024
34	67	0.0149	−1	3.11218724269983	3.14203798896849	3.14157874671820	3.14159332583726	3.14159260883140	3.14159265744197	3.14159265317789	3.14159265364306	3.14159265358162	3.14159265359126	3.14159265358949
35	69	0.0145	1	3.17015825719259	3.14117274994621	3.14160536945735	3.14159205808778	3.14159269196252	3.14159265039696	3.14159265391947	3.14159265354868	3.14159265359587	3.14159265358874	3.14159265359000
36	71	0.0141	−1	3.11382022902357	3.14198924310808	3.14158099652714	3.14159318299225	3.14159262054001	3.14159265625127	3.14159265332411	3.14159265362179	3.14159265358523	3.14159265359055	3.14159265358965
37	73	0.0137	1	3.16861474957152	3.14121748929754	3.14160336620281	3.14159218136498	3.14159268217861	3.14159265135931	3.14159265380529	3.14159265356470	3.14159265359325	3.14159265358924	3.14159265358989
38	75	0.0133	−1	3.11528141623818	3.14194808290485	3.14158278610120	3.14159307615201	3.14159262875849	3.14159265546855	3.14159265341393	3.14159265360961	3.14159265358716	3.14159265359020	3.14159265358972
39	77	0.0130	1	3.16722946818624	3.14125544221221	3.14160176255853	3.14159227432986	3.14159267524093	3.14159265199971	3.14159265373413	3.14159265357403	3.14159265359182	3.14159265358949	3.14159265358984
40	79	0.0127	−1	3.11659655679383	3.14191301249003	3.14158422735112	3.14159299495483	3.14159263464235	3.14159265494164	3.14159265347068	3.14159265360240	3.14159265358822	3.14159265359002	3.14159265358975
41	81	0.0123	1	3.16597927284321	3.14128791481852	3.14160046365428	3.14159234550270	3.14159267022876	3.14159265243555	3.14159265368860	3.14159265357964	3.14159265359102	3.14159265358962	3.14159265358982
42	83	0.0120	−1	3.11778650175888	3.14188288730104	3.14158540105978	3.14159293235703	3.14159263892987	3.14159265457931	3.14159265350743	3.14159265359802	3.14159265358883	3.14159265358992	3.14159265358977
43	85	0.0118	1	3.16484532528829	3.14131591352358	3.14159940041231	3.14159240073605	3.14159266654654	3.14159265273820	3.14159265365876	3.14159265358310	3.14159265359056	3.14159265358969	3.14159265358981
44	87	0.0115	−1	3.11886831379404	3.14185681954116	3.14158636653237	3.14159288347234	3.14159264210420	3.14159265432537	3.14159265353179	3.14159265359527	3.14159265358918	3.14159265358987	3.14159265358978
45	89	0.0112	1	3.16381213401875	3.14134022390639	3.14159852172378	3.14159244412807	3.14159266380021	3.14159265295220	3.14159265363879	3.14159265358529	3.14159265359028	3.14159265358973	3.14159265358980
46	91	0.0110	−1	3.11985609006271	3.14183411204073	3.14158716797356	3.14159284484867	3.14159264448837	3.14159265414429	3.14159265354825	3.14159265359352	3.14159265358940	3.14159265358984	3.14159265358979

30

(5) 円周率の値

ここまでは小数第14位までの計算でしたが現在はスーパーコンピュータを使って小数点以下10兆けた以上求めることができるそうです。
円周率πはふつうの計算では3.14ですが本当は無限に続いている不思議な数です。
以下では参考図書に書いてある数値を引用します。

π＝3.1415926535897932384626433832 79
502884197169399375105820974944
5923078164062862089986280348 25
342117067982148086513282306647
0938446095505822317253594081 28
481117450284102701938521105559
644622948954930381964428810975
665933446128475648233786783165
2712019091456485669234603486 10
454326648213393607260249141273
・・・・・・・・・・

コメント　とても書きつかれました　(涙)
だからスーパーコンピューターはとてもすごいんだなぁと思いました。

10兆けたを書くのに1秒で10けたを書くとして1兆秒かかります。1年は315万000秒なので31704年かかってしまいます。
なので、この計算はとても大変な作業なのです!!

(6)円周率πはいくらにすればいいか？

(5)では小数点以下10兆けたをスーパーコンピューターで計算したことを知りましたが10兆けたも生活に必要なのかというとそうは思いません。では、π=3だと円ではなく6角形になってしまいます。アルキメデスは3.14ぐらいと求め参考図書(1)でも3.14とされていました。この後陸上競技場のトラックの計算もみますが3.1416が使われています。参考資料(1)にはNASAでは円周率15けたまでしか使われていないと書かれています。さらに、宇宙が球だとしてその円周の誤差が水素原子程度になるためにどれだけの円周率のけたを使わないといけないかを逆算すると39〜40けたになるそうです。宇宙全体を相手にしたところでせいぜい40けたというのはスゴい話ですね(10兆けたではない)。この後身近な例で丸い図形の量を計算しますが基本的にπ=3.14で計算します。

追加実験② 円周率を求める計算実験

参考図書(3)では、ライプニッツの公式のほかに様々な形をした計算式がしょうかいされています。その中で一番最近(1996年)のものについてお父さんにパソコンで計算してもらいました。

9. ベイリー－－ボーウェイン－プラウフの公式
(1996)

$$\pi = \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty}}_{\text{合計記号!}} \underbrace{\frac{1}{16^n}}_{A} \underbrace{\left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6}\right)}_{B}$$

n	Aの部分	Bの部分	A × B	Σ計算(合計計算)
0	1.000000000000	3.1333333333	3.13333333333333	3.13333333333333
1	0.062500000000	0.1294261294	0.00808913308913	3.14142246642247
2	0.003906250000	0.0422205246	0.00016492392412	3.14158739034658
3	0.000244140625	0.0207553366	0.00000506722085	3.14159245756744
4	0.000015258789	0.0123137492	0.00000018789290	3.14159264546034
5	0.000000953674	0.0081450775	0.00000000776775	3.14159265322809
6	0.000000059605	0.0057846716	0.00000000034479	3.14159265357288
7	0.000000003725	0.0043196304	0.00000000001609	3.14159265358897
8	0.000000000233	0.0033482289	0.00000000000078	3.14159265358975
9	0.000000000015	0.0026712053	0.00000000000004	3.14159265358979

10段階目で!

最近開発された公式は正しい値にたどりつくのが早いです。

3．丸い図形とぼくたちの生活

3.丸い図形とぼくたちの生活

(1)ボール

ぼくは野球が好きです。なので野球ボールを持っています。そこでまず、野球ボールについて考えてみます。

周りの長さ＝22.7(cm)

半径 ＝22.7÷2÷3.14＝3.614…

＝3.61(cm)

ボールの体積＝$\frac{4}{3}$×3.14×3.61×3.61×3.61

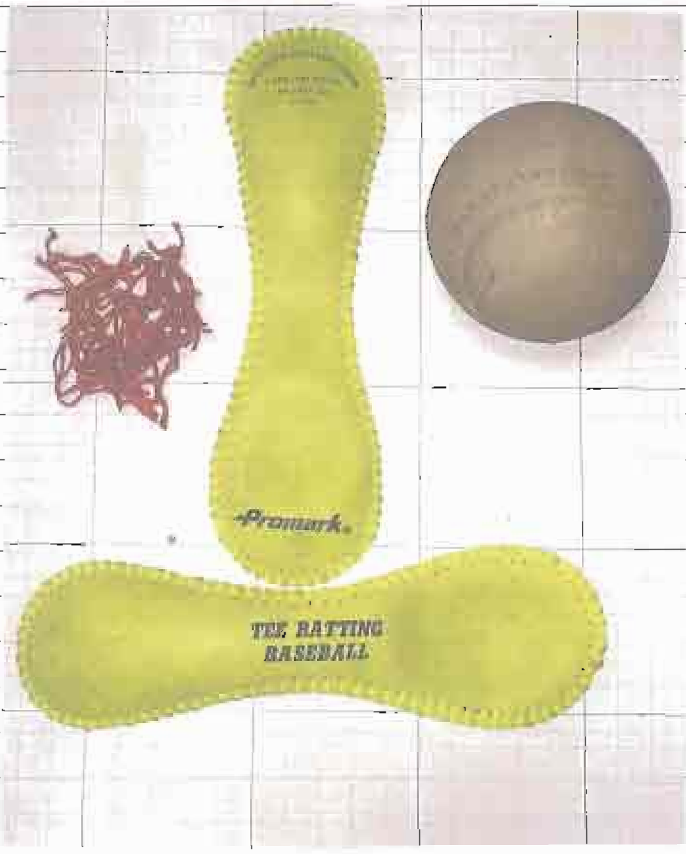
＝196.9654…

＝196.97(cm³)

ボールの体積は約200cm³なので約200mLといえます。これは学校の牛乳とほぼ同じです。ぼくは牛乳も大好きです。

ボールの表面積＝4×3.14×3.61×3.61
＝163.6831…
＝163.68(cm²)

本当にそうなるのでしょうか。!!
ボールを展開してみよう。



展開したらこのように
なりました(左写真)。
ボールには同じ大きさ
の皮が2つありました。
なので1つの皮の面積
の2倍が163.68になる
か調べることにしま
した。
丸いので面積を求め
るのはむずかしい
ので、そこで1.(2)円の
面積のページで使っ
た考えで実験してみました。

結果、約81.8cm²になりました。これを2倍すると163.6cm²になり、球の表面積を求める式の計算結果とほぼ等しくなることが分かりました。

(2) トイレットペーパー

次に家の中に丸い図形がないかと探したところトイレットペーパーがありました。円柱の計算方法を使って考えてみます。


∴ 外円の直径＝11.4cm　外円の半径＝5.7cm
内円の直径＝3.7cm　内円の半径＝1.85cm
トイレットペーパーの体積＝5.7×5.7×3.14×11.4−1.85×1.85×3.14×11.4
＝1163.0120−122.5118
＝1040.5002
＝1040.50(cm³)

水ではありませんが約1L分のトイレットペーパーです。トイレットペーパー2つで2Lのお茶のペットボトルとほぼ同じ容量です。

トイレットペーパーの表面積を求めようとしましたがよく考えると何周にもまかれているので表面積を求めるかわりに何周まかれているのか調べることにしました。

まずこのトイレットペーパーは1ロール50mです。1周の長さが分かればそれで割ると何周か分かりそうです。しかし、トイレットペーパーの円周は内側と外側では異なります(正確にいうと1周ごとにその円周は変わります)。そこで外円の半径と内円の半径の平均を使って平均的な円周を求めそこから何周か考えます。

半径＝(5.7+1.85)÷2＝3.775(cm)
円周＝2×3.14×3.775＝23.707(cm)
まかれている周数＝5000(50m)÷23.707＝210.908…

なんと約210周まかれているんですね！

50mもの紙が210周とまかれているということより知っていり　けど、くしトイレットペーパーは薄いですね。これまでの計算結果と使って紙のうすさを計算しましょう。

(5.7−1.85)÷210.908＝0.01825(cm)
紙の厚さ　　重なっている周たち(枚数

つまり0.18mmと1mmにしならない
うすさということが分かりました
トイレットペーパー毎日ありがとう!

ちなみにこのトイレットペーパーは後になって
2枚重ねであることに気付きました。
もし、本当の1枚で考えると、
210周→420周
0.18mm→0.09mm
を答えとしたほうがいいかもしれません。

(3)ぼくの自転車

おつかいに自転車で行くことにしまし

ぼくの自転車はギアが6段あります。
出発する時1にしてスピードが上がるにつ
れて2、3、4、とギアを上げてきます。ギアをかえて
いくと後輪ではチェーンが大きいギアから小
さい方へと移っていきます。
どうしてかと考えてみました。
1番大きなギアで後輪を1回転
させるにはペダルを1周こぐ必要が
あります。これだと前に行きにくいけれ

ませんか!　小さいギアにしていくと
小さいギアの円周は短いのでペダルを
1回転させた時、大きいギア(低速ギア)とくらべ
多く回るので前より速く進むので
ギアが小さい方がいいように思えます。
しかし加速のためにはより大きな力が必要に
なります。小さいギアは高速には向いていますが
強い力を出すのには向いていません。つまり、
最初から小さいギア(高速ギア)で走るのは
大変です。だから最初は大きいギア
(低速ギア)で加速して(遅いけど力が出る)
スピードが出るとタイヤが回っているから
そこで小さいギア(高速ギア)にかえると走りや
すいと思います。

(4) 缶ジュース

今まで調べてきてのどがかわいたので
ジュースを飲みました。ゴクゴク……
あれ〜缶も円柱形だ！ ということで計算してみよう。

直径6.6cm

11.3cm
(へこんでる部分を抜いた。)

350mL入っているというが本当だろうか。

半径＝6.6÷2＝3.3(cm)
容積＝3.3×3.3×3.14×11.3
＝386.3990
＝386.40
(cm³)

よって約390mL入る缶だと分かりました。
この中に350mLのジュースが入っていたことが分かりますね。 ごちそうさまでした。

(5) 学校のグラウンド

画像 ©2016 Google、地図データ ©2016 ZENRIN　10 m ━ 22cm
https://www.google.co.jp/maps/place/%E8%B1%8A%E5%B3%B6%E5%8C%BA%E7%AB%8B+%E7%9B%AE%E7%99%BD%E

身近な丸い円形として学校のグラウンドを思い出しました。グーグルマップで目白小学校の上からの写真を印刷しました(上写真)。縮尺がおかしい(写真右下)のでただしい方を求めます。トラック1周は100mです。上の写真とトラック1周は
3.3×2+1.85×3.14=12.409(cm) となります。
だから10mは約1.24cm となるので[10m ━ 1.24cm]が正しい縮尺となります。もし写真の縮尺が正しいと直走路は約30mしかないことになります。

(13.6cm≒2.2×10)

(6)陸上競技場

トラックの作り方 (参考資料(1)より)

1周の距離 400 m 、直線の距離 80 m 000 mm

のときトラックを作るときの半径の距離を求める。（縁石が５cm高いとき）

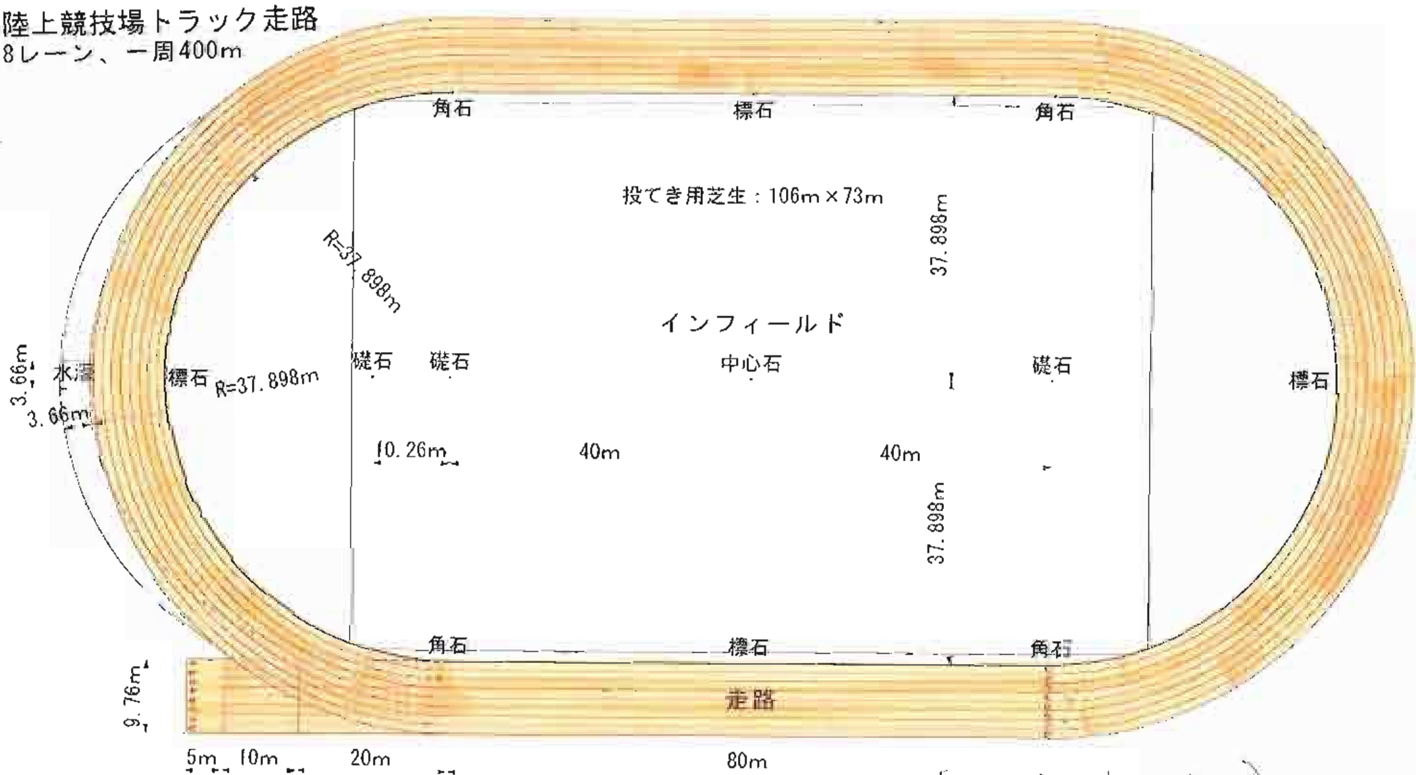
① 1周の距離		400	m	000 mm
② 半分にする	÷	2		
③ 半周の距離		200	m	000 mm
④ 直線の距離	−	80	m	000 mm
⑤ 曲線の距離		120	m	000 mm
⑥ 円周率	÷	3.1416		
⑦ mm以下を切り捨てる		38	m	197 mm
⑧ 距離不足を防止する（必ず1mmを加える）	+	0	m	001 mm
⑨ 半径の距離		38	m	198 mm
⑩ 縁石が高くないとき	−	~~0~~	~~m~~	2 mm
縁石が5cm高いとき	−	0	m	3 mm
⑪ トラックを作るときの半径の距離		37	m	898 mm

となる。

※ 確認するときは次の順序で計算をする
⑪+⑩ ⇒ ×⑥ ⇒ +④ ⇒ ×② ⇒ ≧1周の距離①

今年のリオオリンピックがありました。ボルトが金メダルを、日本もリレーで銀メダルをとりました。学校のグラウンドの他に陸上競技場も調べました（左図、下図）。1周400mで学校のトラックの4倍あります。円周の計算で3.1416を使っているようです。

■陸上競技場トラック走路
8レーン、一周400m



※走路幅：1.22m
※ラインの幅：50mm

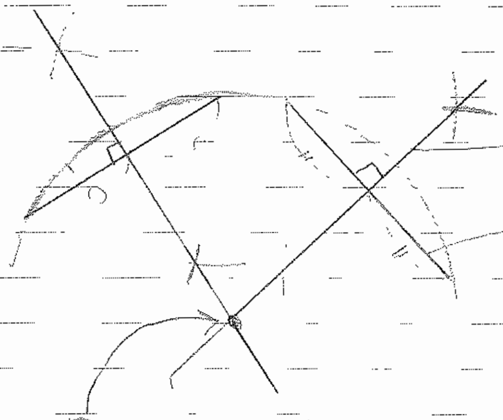
(参考資料(3)より)

(17) 曲がり道

豊島区役所からサンシャイン60をみるときに首都高のカーブが目に入ります。カーブを円周としたらその半径は何mだろう。グーグルマップを印刷し2ヶ所(下図での[illegible])の半径を求めると、カーブAの半径が約110m、カーブBの半径は約30mになりそうです。

(Aは $\frac{2.8}{2.7}\times100=111$ [illegible] Bは $\frac{0.8}{2.7}\times100$ [illegible] 30)

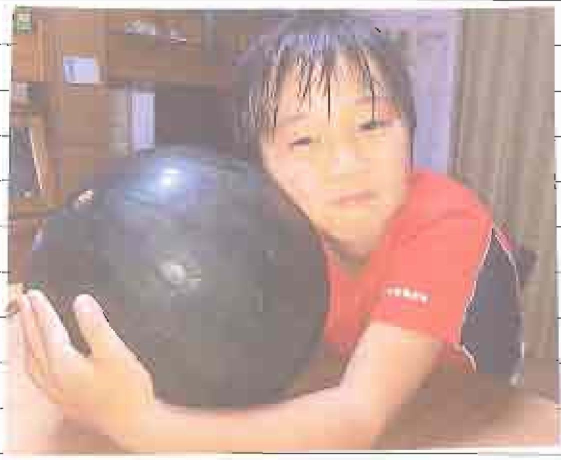
どのように半径を求めたかというと、まず円の中心を求めなければいけません。中心が分かれば半径が分かります。いろいろ試したのですが、[illegible]二つの弦に垂直二等分線を作図してその交点を中心とすればよいことが分かっています。



このようにしてカーブA、Bの半径を求めました。半径の長短が分かると、曲がり道がどのくらい急に曲がっているかを比べることができます。学校のトラック(11.5m)、陸上競技場([illegible]m)、カーブA(178m)、カーブB([illegible]0m)を急な順に並べると学校のトラック、カーブB、陸上競技場、カーブAとなります。車の走る首都高のカーブAが1番ゆるやかなのは当然ですね。

KOKUYO

(8)スイカ



ここまで調べてきておなかがすきました。その時大きなスイカが届きました。さっそく食べようと思いましたが、スイカは球だと思い円周を測りました。たて方向に82.5cm、よこ方向に78.5cmもありました。たてとよこで円周がちがうので球ではありませんが球とみなして円周は平均の80.5cmとします。この時

半径$=80.5 \div 3.14 \div 2 = 12.8184\cdots \fallingdotseq 12.82$cm

体積$=\frac{4}{3} \times 3.14 \times 12.82 \times 12.82 \times 12.82$

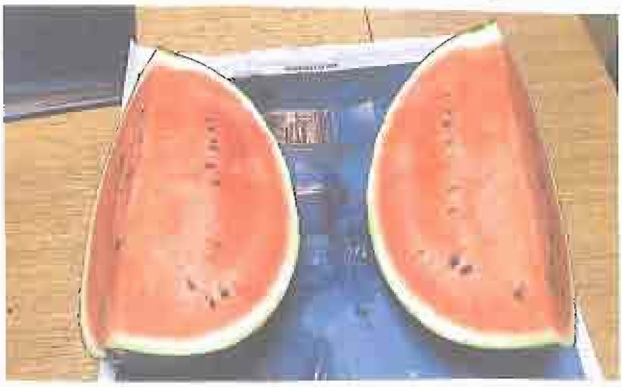
$=8821.2973 \fallingdotseq 8821.30\text{cm}^3$

なんと水で考えると約8.8L分の容量があります!!。

ではも切りましょう。お母さんおねがいします。

まずは半分に

次に4しに

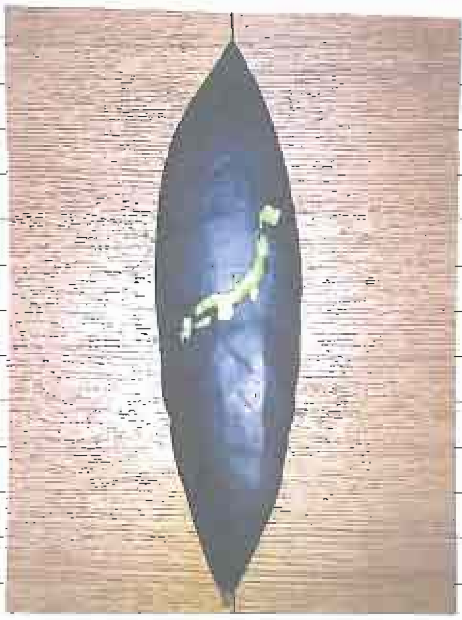


そして1/8に

「いただきます!!。」

「ごちそうさまでした。」

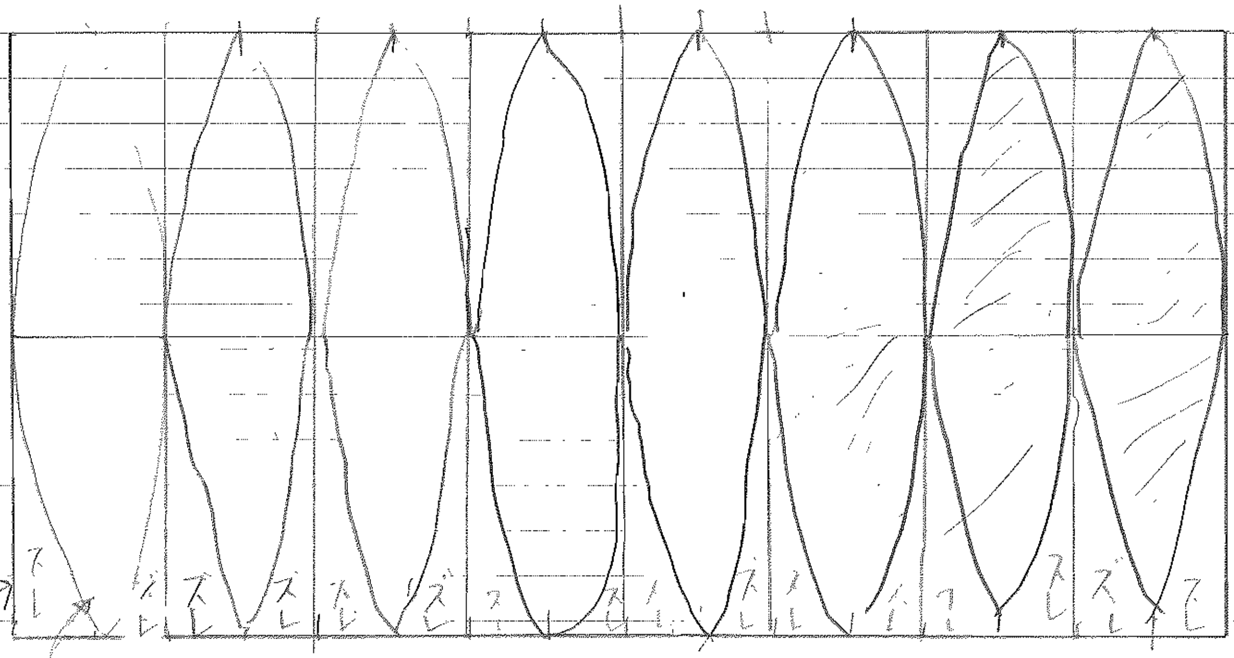
「$\frac{1}{8}$サイズだから
1切れ食べたのか
でも皮の部分は食べて
ないから1切れも食べ
ていないんすな。」



「ん？」

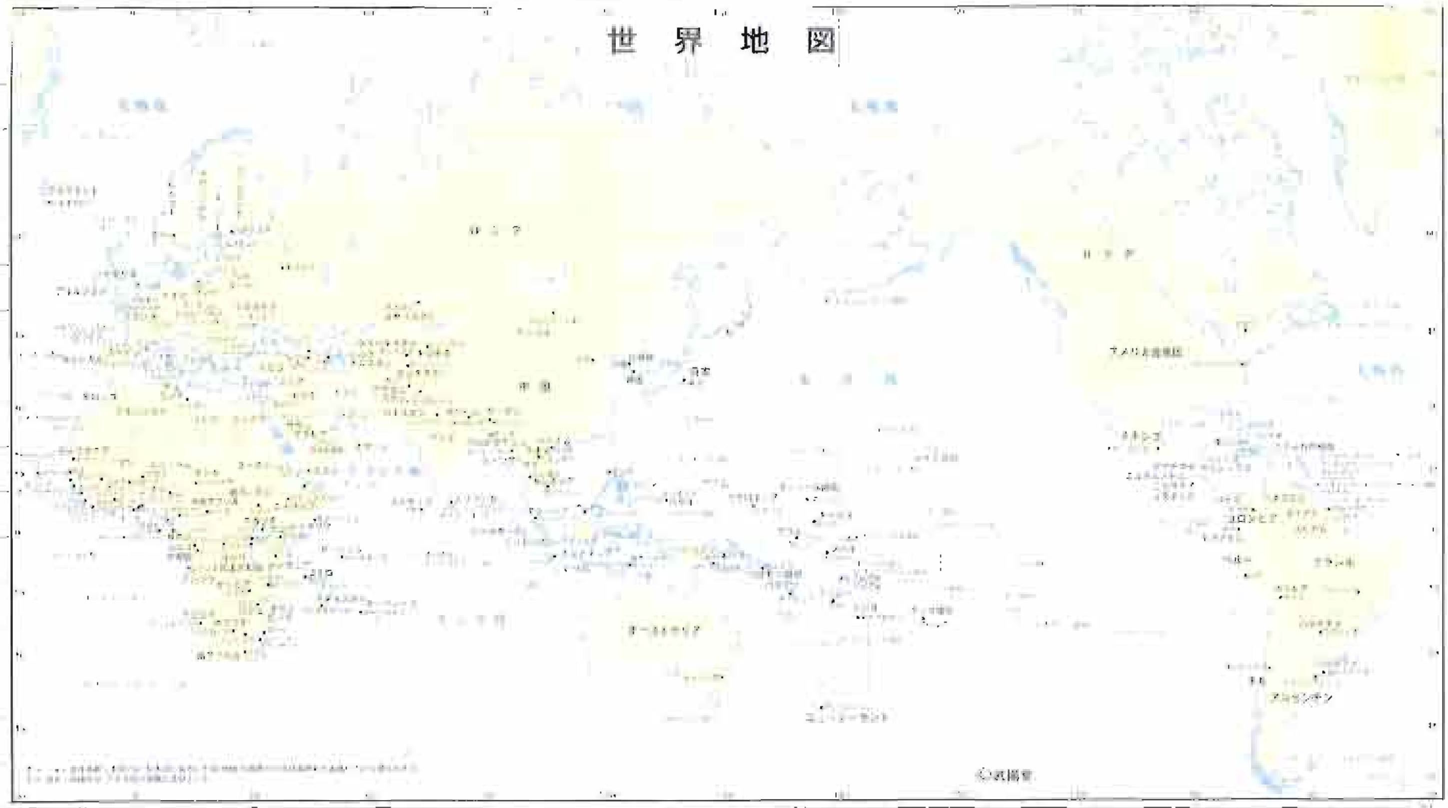
(9) 地球と地図

スイカを食べおわって皮がペチャンコになるのをみて「あっ丸い地球が地図になるってこんな感じかな〜」スイカの皮($\frac{1}{8}$)を8枚並べると、



食べたスイカの皮($\frac{1}{8}$)
↓
これが地球としたら?

地球は球なのに地図は平らです。だから、どうしてもズレができます。地図を読むときは、きょりや方向が正しく反映されているか注意が必要です。



←ディズニーシーにて
(地球儀のモニュメント)

地球の1周は4万kmといわれています。

半径＝40000÷3.14÷2＝6369.1≒6400(km)

体積＝4/3×3.14×6400×6400×6400

＝1097509546660(km³)

≒1.1兆(km³)

表面積＝4×3.14×6400×6400

＝514457600

＝5.1億(km²)

日本の領土の総面積＝[illegible]00(km²)

なので日本の領土は地球の面積の0.07%になります。ただし、領海と排他的経済水域を加えると面積は約12倍になります。

なのでこれに基づくと0.84%になります。

それでも日本は小さいなぁ〜

(10)宇宙での計算と円周率

最後にぼくたちがすんでいる宇宙の大きさと円周率について考えます。

まず宇宙の大きさについて。参考資料によると宇宙が生まれたときその直径は930億光年、半径=465億光年とのことです。

1光年はおよそ10兆kmなので、宇宙の半径は、465億×10兆(km) 巨大ですね。

円周率について。NASAでは円周率は15けたまでしか使わないとのことで少し意外です。

小数点第15位が1000兆分の1であることを思うととても小さいので16けた以下は無視するのも少し分かる気がしました。

宇宙の計算は大変だなと思いました。

4．円周率 π と数の分類

4. 円周率π と数の分類

前段までは丸い図形の計算公式を調べたあと、円周率が3.14…であることを調べ、また、ぼくたちの生活とかかわりある丸い図形の例をいろいろと考えてみました。ここでは参考図書を読みながら、円周率πの性質を学んでみたいと思います。

(1) 有理数と無理数

参考図書(1)には、次のように数が分類されています。

- 実数
  - 有理数（分数で表すことができる数）
    - 整数
      - 正の整数（自然数）
      - ゼロ
      - 負の整数（マイナスの数）
    - 分数
      - 有限小数（$\frac{3}{4}$、1.5など）
      - 循環小数（$\frac{1}{3}=0.333\cdots$ など）
  - 無理数（分数で表すことができない数。）
    - 循環しない無限小数（円周率π、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$ など）

はじめて知った言葉が多いのですが、
円周率πは、どうも無理数になるよう
です。学校で習っている数字は、ほと
んどが有理数かな？と思いますが、
円周率πは無理数に当たるようです。
だから分数で表すことが出来ず無限に続く
小数なので、約3.14としているのですね。
この無理数と有理数をあわせて
実数と呼ぶようです。いろんな種類の
数があるほうがいろんな場合をふく
めて考えることができるので、便利なの
だろうなあと思いました。おかげで、
円周率πも無理数という住所に住む
ことができました。参考図書(2)には
円周率πは「超越数」という説明が、
ありました。これは無理数の中を、
さらに分類することで超越数という
区分ができるようですが、πが特別な
性質をもっているということのようです。
でも小学生のぼくにはわからないので

大きくなったら、また勉強してみようと思います。

こんな話をお父さんに話していたら「実数の外側にも、まだ数の分類があるのだよ」と教えてくれました。「きっと高校になると習うだろうけど、虚数というのがあって、実数と虚数をあわせて複素数というのだよ。小学生だと難しいね。でも、2乗(自乗)すると−1になる虚数単位iというのがあることを知っておくと、少しだけ算数の世界の先のほうが見えてくるかも」と言うのです。まだよくわからないですが、ぼくが知らないところが、たくさんあることは分かった気がしました。

(2)ライプニッツの公式の不思議

ところで、2.(4)でライプニッツの公式について、参考図書(1)を片手に考えてみましたが、この式を再び見てみると、不思議なことに気づきます。

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\cdots\cdots$$

πが分数の足し算や引き算の合計と等しいという公式です。(1)でみたように、πは無理数で、分数は有理数です。無理数は分数で表せないと決めているのに分数で表すことのできる有理数で表そうとしているようです。参考図書(1)でも無理数と有理数がイコールとなる不思議な式だと、書いてあります。

(3) 算数は面白い!

まだまだ勉強が足りないのでよくわからないのですが、わからないから、

また調べたり、考えたりすることになるのだと思います。わからないから面白いかもしれないとも感じました。お父さんに話をすると「いろんな角度から考えると楽しいよ。そう言えば、10年前ぐらいだろうか『博士の愛した数式』という小説や映画があった。その中ではオイラーの公式が引用されていた。ここで学んだ円周率πや虚数iも登場する美しい数式らしいよ。」と。もう少し大きくなったら、その小説を読んでみよう。

5. まとめ

5.まとめ

1章では体積や表面積などの公式が分かりました。2章では円周率πがどういうものか考えました。3章ではぼくたちの周りの身近な丸い図形について考えました。4章では円周率πの性質や、数の分類について調べました。
やっててむずかしいと思ったけれどよく考えるとやってよかったなぁと思いました。円を調べてて、円っておもしろいと思いました。とても面白い算数を少し理解できてよかったです。

6．参考図書
・参考資料

6.参考図書、参考資料

【参考図書】

(1)子どもも大人もたのしく読める算数&数学ビジュアル図鑑
中村亨史[監修]、学研教育出版
2014年7月

(2)円周率π の不思議 アルキメデスからコンピューターまで
堀場芳数[著]、講談社ブルーバックス
1989年10月

(3)曲線の秘密 自然に潜む数学の真理
松下泰雄[著]、講談社ブルーバックス
2016年3月

(4)理科自由自在(小学高学年)
小学教育研究会[編]、受験研究社
2014年2月

【参考資料】

(1)NASAが円周率を15桁目までしか使わない理由
(堀臣、正岳氏) http://lifememo.jp/science/decimals-of-pi/

(2)目白小学校グラウンド、サンシャイン近辺地図
(Googleマップより)(Googleで検索可能)

(3)陸上競技場トラック走路(コウフ・フィールド(株)スタッフブログより) http://www.kofu-field.com/staff_blog/archives/1534

(4)トラックの作り方等(日本陸連ハンドブックより)
http://www.jaaf.or.jp/athlete/rule/handbook_pdf/08.pdf

【その他】

数値計算は暗算、筆算、電卓、表計算ソフト(Excel)を使った。